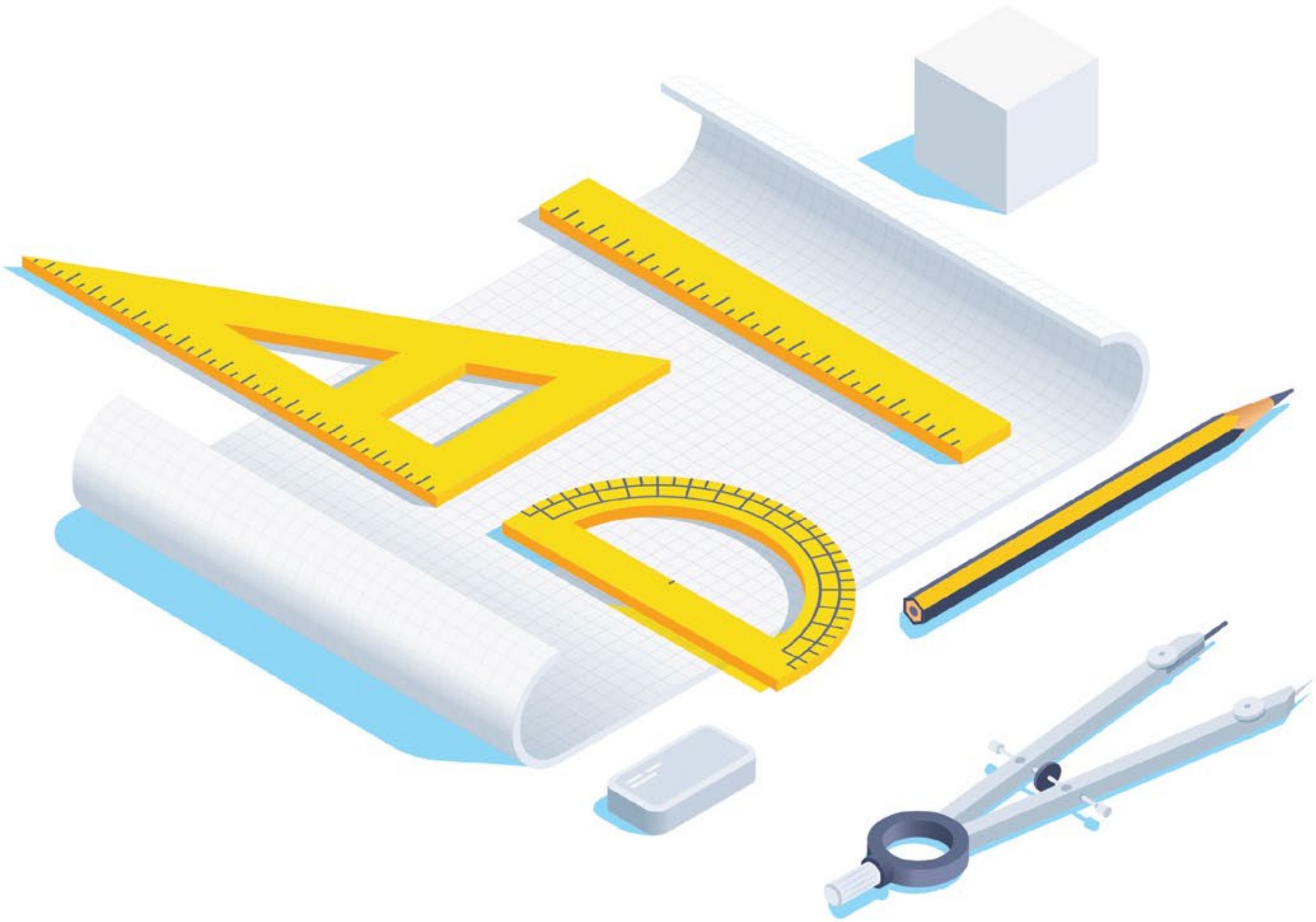
Ministerul Educației

Marius Perianu
Ștefan Smărăndoiu
Cătălin Stănică



Mathematik 5

5. Klasse

Allgemeine Kompetenzen

1 Identifizieren von mathematischen Daten, Dimensionen und Beziehungen in dem Kontext, in dem sie auftreten

2 Verarbeitung von quantitativen, qualitativen und strukturellen mathematischen Daten aus verschiedenen Informationsquellen

3 Verwendung spezifischer Konzepte und Algorithmen in verschiedenen mathematischen Kontexten

4 Mathematische Formulierung der Informationen, Schlussfolgerungen und Lösungen für eine gegebene Situation

5 Analysieren der mathematischen Merkmale einer gegebenen Situation

6 Mathematische Modellierung einer gegebenen Situation durch Integration von Kenntnissen aus verschiedenen Bereichen

Spezifische Kompetenzen

1.1 Identifizieren von natürlichen Zahlen in verschiedenen Kontexten

1.2 Identifizieren von gemeinen oder Dezimalbrüchen in verschiedenen Kontexten

1.3 Identifizieren von elementaren geometrischen Begriffen und Maßeinheiten in verschiedenen Kontexten

2.1 Rechnen mit natürlichen Zahlen mithilfe der arithmetischen Operationen und ihrer Eigenschaften

2.2 Rechnen mit Brüchen mithilfe der Eigenschaften arithmetischer Operationen

2.3 Verwenden von geometrischen Instrumenten zum Messen oder Zeichnen von geometrischen Konfigurationen

3.1 Verwenden der Regeln zum Rechnen mit natürlichen Zahlen und zur Teilbarkeit

3.2 Verwenden von Algorithmen zum Rechnen mit gemeinen Brüchen oder Dezimalbrüchen

3.3 Bestimmen von Umfängen, Flächen (Quadrat, Rechteck) und Volumen (Würfel, Quader) und deren Maßeinheiten

4.1 Ausdruck in mathematischer Sprache von Eigenschaften, die sich auf Vergleichen, Approximieren, Schätzen und Rechnen mit natürlichen Zahlen beziehen

4.2 Verwenden der für Bruchteile/Prozente spezifischen Sprache in bestimmten Situationen

4.3 Umsetzen von praktischen Aufgaben bezogen auf Umfang, Fläche, Volumen in die Fachsprache und die entsprechende Umwandlung von Maßeinheiten

5.1 Analysieren von Situationen, in denen natürliche Zahlen auftreten, um die Gültigkeit einiger Berechnungen abzuschätzen oder zu überprüfen

5.2 Analysieren einiger Situationen, in denen Brüche auftreten, um die Gültigkeit einiger Berechnungen abzuschätzen oder zu überprüfen

5.3 Untersuchung einer geometrischen Konfiguration durch Erkennen ihrer Elemente, ihrer Maße und der Beziehungen zwischen ihnen

6.1 Mathematische Modellierung einer gegebenen Situation mithilfe natürlicher Zahlen, Lösen von Aufgaben durch arithmetische Methoden und Deutung der Ergebnisse

6.2 Mathematische Darstellung einer gegebenen Situation mithilfe von Brüchen in einem intra- und interdisziplinären Kontext (Geografie, Physik, Ökonomie usw.)

6.3 Analysieren von praktischen Problemen mithilfe der Geometrie und der Maßeinheiten und Deuten der Ergebnisse

E1 Operationen mit natürlichen Zahlen

Lektion 1: Schreiben und Lesen natürlicher Zahlen

Mathe im Alltag

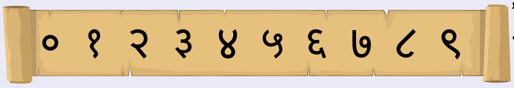
Bei einem Besuch im Geschichtsmuseum stellt der Museumsführer den Schülern mehrere alte Handschriften vor.

Er erklärt den Schülern, dass die Zeichen:
arabische Ziffern heißen

und die Zeichen aus der zweiten Handschrift:
römische Ziffern.

Die arabischen Ziffern stammen aus der indischen Kultur und wurden von den Arabern übernommen. Anfangs verwendeten die Araber für die Ziffern von 0 bis 9 folgende Zeichen:

während die indischen Mathematiker die Zeichen verwendeten:



Heutzutage verwendet man am häufigsten die arabischen Ziffern.

Merke dir!

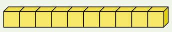
Die natürlichen Zahlen wurden aus praktischen Gründen eingeführt, um Dinge, Gegenstände, Lebewesen zu zählen und zu ordnen. Um eine natürliche Zahl zu schreiben, werden eines oder mehrere der folgenden Symbole verwendet, die *arabische Ziffern* heißen:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9.

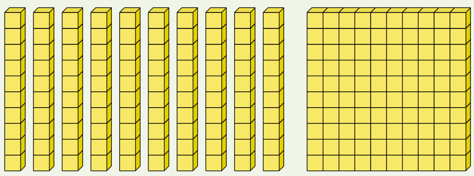
Jede natürliche Zahl ist eine Folge von Ziffern, die sich wiederholen können, wobei die erste Ziffer nicht 0 ist, falls die Zahl aus mehr als einer Ziffer besteht. Jede solche Ziffernfolge ist eine natürliche Zahl.

Diese Schreibweise einer natürlichen Zahl heißt *Schreibweise im Zehnersystem* oder *Schreibweise in der Basis zehn*, da **zehn Einheiten einer bestimmten Ordnung eine Einheit einer nächsthöheren Ordnung bilden**.

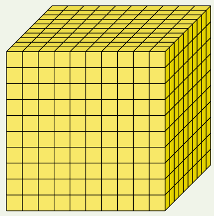
 ⟶ ein Einer



10 Einer ⟶ ein Zehner



10 Zehner bilden einen Hunderter
1 Hunderter = 10 Zehner = 100 Einer



⟶ 1 Tausender
= 10 Hunderter
= 100 Zehner
= 1 000 Einer

In der Schreibweise der natürlichen Zahlen entspricht der Position jeder Ziffer ein Stellenwert:
- Die erste Ziffer von rechts stellt die Einer dar (ihr Stellenwert ist 1).
- Die zweite Ziffer von rechts stellt die Zehner dar (ihr Stellenwert ist 10).
- Die dritte Ziffer von rechts stellt die Hunderter dar (ihr Stellenwert ist 100).
- Die vierte Ziffer von rechts stellt die Tausender dar (ihr Stellenwert ist 1000) usw.

Gruppe der Millionen			Gruppe der Tausender			Gruppe der Einer		
Stellenwert hundert Millionen	Stellenwert zehn Millionen	Stellenwert eine Million	Stellenwert Hunderttausender	Stellenwert Zehntausender	Stellenwert Tausender	Stellenwert Hunderter	Stellenwert Zehner	Stellenwert Einer
9	8	7	6	5	4	3	2	1

Um eine natürliche Zahl zu lesen, gruppieren wir die Ziffern von rechts beginnend zu je drei. Jede Zifferngruppe enthält drei aufeinanderfolgende Stellenwerte: Einer, Zehner und Hunderter. Zehn Einheiten eines bestimmten Stellenwerts bilden eine Einheit des nächsthöheren Stellenwerts.

Von rechts nach links haben wir: die Gruppe der Einer, die Gruppe der Tausender, die Gruppe der Millionen, die Gruppe der Milliarden usw. Das Zehnersystem ist ein *Stellenwertsystem*, da der Wert einer Ziffer von der Stelle abhängt, an der sie sich befindet.

Beispiel

In der Zahl 23 472 508 216 erscheint die Ziffer 2 dreimal und bedeutet, von rechts nach links, Folgendes: Hunderter, Millionen bzw. zehn Milliarden.

hundert Milliarden	zehn Milliarden	Milliarden	hundert Millionen	zehn Millionen	Millionen	Hundert-tausender	Zehn-tausender	Tausender	Hunderter	Zehner	Einer
	2	3	4	7	2	5	0	8	2	1	6
Gruppe der Milliarden			*Gruppe der Millionen*			*Gruppe der Tausender*			*Gruppe der Einer*		

Die Zahl wird von links nach rechts gelesen, indem in jeder Gruppe zuerst deren Zahl, dann der Name der Gruppe ausgesprochen wird: dreiundzwanzig Milliarden vierhundertzweiundsiebzig Millionen fünfhundertachttausendzweihundertsechzehn.

Bemerkungen

1 Die dezimale Zerlegung. Jede natürliche Zahl kann eindeutig als eine Summe von Produkten geschrieben werden, in denen jede Ziffer mit ihrem Stellenwert multipliziert ist (also mit 1, 10, 100, 1 000 usw.).

Beispiele:

1 $37 = 3 \cdot 10 + 7$; $\overline{ab} = 10 \cdot a + b$.

2 $275 = 2 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 5$; $\overline{abc} = 100 \cdot a + 10 \cdot b + c$.

3 $8\,086 = 8 \cdot 1\,000 + 0 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 6$; $\overline{abcd} = 1\,000 \cdot a + 100 \cdot b + 10 \cdot c + d$.

2 Gerade und ungerade Zahlen. Natürliche Zahlen, deren letzte Ziffer (also die Ziffer der Einer) 0, 2, 4, 6 oder 8 ist, heißen gerade natürliche Zahlen, und jene, deren letzte Ziffer 1, 3, 5, 7 oder 9 ist, heißen ungerade natürliche Zahlen.

Beispiele:

1 Die Zahlen 21, 35, 129 und 3 457 sind ungerade, denn sie enden auf 1, 5, 9 bzw. 7.

2 Die Zahlen 54, 128, 3 526, 1 372 sind gerade, denn sie enden auf 4, 8, 6 bzw. 2.

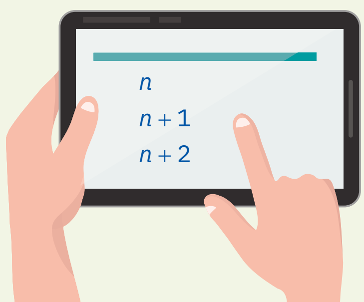
3 Die Folge der natürlichen Zahlen. Schreibt man die natürlichen Zahlen in der Form 0, 1, 2, 3 , ..., 23, 24, 25, ..., n, $n + 1$, $n + 2$, ..., so spricht man von der *Folge der natürlichen Zahlen*. Zwei benachbarte Zahlen in dieser Folge heißen aufeinanderfolgende natürliche Zahlen.

Beispiele:

1 17 und 18 sind zwei aufeinanderfolgende natürliche Zahlen.

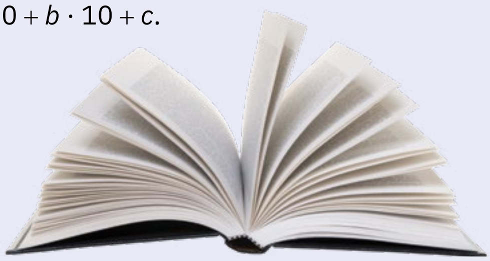
2 45, 46, 47 sind drei aufeinanderfolgende natürliche Zahlen.

3 Ist n eine beliebige natürliche Zahl, sind n, $n + 1$ und $n + 2$ aufeinanderfolgende natürliche Zahlen.



Gelöste Aufgaben: Lösungstechniken und Methoden

1 Bestimme die Ziffern a, b und c, wenn man weiß, dass $789 = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$.



Lösung:
$a \cdot 100 + b \cdot 10 + c = \overline{abc}$ und wir erhalten $789 = \overline{abc}$.
Folglich: $a = 7$, $b = 8$ und $c = 9$.

2 **a** Wie viele Ziffern wurden verwendet, um ein Buch von 80 Seiten zu nummerieren?
b Um ein Mathematikbuch zu nummerieren, hat man 468 Ziffern verwendet. Wie viele Seiten hat das Buch?

Lösung:
a Für die Seiten 1 bis 9 wurden 9 Ziffern verwendet.
Von 10 bis 80 sind 80 – 10 + 1 = 71 zweistellige Zahlen, also wurden 71 · 2 = 142 Ziffern verwendet. Um das ganze Buch zu nummerieren, wurden demnach 9 + 142 = 151 Ziffern verwendet.
b Von 1 bis 9 wurden 9 Ziffern verwendet. Es bleiben 468 – 9 = 459 verwendete Ziffern.
Von 10 bis 99 wurden 180 Ziffern verwendet. Es bleiben 459 – 180 = 279 verwendete Ziffern. Die 279 Ziffern kommen in dreistelligen Zahlen vor, also wurden mit ihnen 279 : 3 = 93 Seiten nummeriert.
Das Buch hat 100 + 93 – 1 = 192 Seiten.

3 Bestimmt die natürlichen Zahlen der Form $\overline{ab}$, wenn man weiß, dass $a + 2b = 11$.

Lösung:
Da für $b \geq 6$ gilt: $a + 2b > 11$, bleiben für die Werte von b folgende Fälle:
1. Fall: Für $b = 5$ erhält man $a = 1$.
2. Fall: Für $b = 4$ erhält man $a = 3$.
3. Fall: Für $b = 3$ erhält man $a = 5$.
4. Fall: Für $b = 2$ erhält man $a = 7$.
5. Fall: Für $b = 1$ erhält man $a = 9$.
6. Fall: Für $b = 0$ erhält man $a = 11$, das ist jedoch nicht eine Ziffer.
Die gesuchten Zahlen sind 15, 34, 53, 72 und 91.

Übungsaufgaben

1 Schreibt folgende natürliche Zahlen in Buchstaben:
a 843 027; **b** 500 002; **c** 5 017; **d** 11 111;
e 21 005; **f** 403 067; **g** 120 004; **h** 20 305 023.

2 Übertragt folgende Tabelle in eure Hefte und ergänzt sie:

Natürliche Zahl	Ziffer der natürlichen Zahl	Stellenwert der Ziffer	Gruppe der Ziffer
1 234 567	3	Zehner	Tausender
54 678	7	…	…
23 456 981	9	Hunderter	…
1 234 567	2	…	…
23 456 981	4	…	Tausender
50 423 678	…	Einer	Millionen

3 Schreibt folgende natürliche Zahlen in Ziffern in eine Tabelle nach dem gegebenen Muster:
a siebenundzwanzig;
b dreihundertachtundfünfzigtausend;
c fünftausendacht;
d neuntausendsiebenhundertfünf;
e zwei Millionen achthundertsiebenunddreißigtausendzwei;
f sieben Millionen dreitausendsechshundertfünf

Gruppe der Millionen			Gruppe der Tausender			Gruppe der Einer		
H	Z	E	H	Z	E	H	Z	U

4 Wie viele Zahlen zwischen 30 und 60 enthalten:
a die Ziffer 4; **b** zwei gleiche Ziffern; **c** die Ziffern 1 oder 8?

5 **a** Bestimmt die Zahlen der Form $\overline{abc}$, wenn man weiß, dass $\overline{abc} = 3 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 9$.
b Bestimmt die Ziffern a, b, c, wenn $324 = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$.
c Bestimmt die Ziffern a, b, c, d, wenn $\overline{a3c4} = 5 \cdot 1\,000 + b \cdot 100 + 7 \cdot 10 + d$.

6 **a** Wie viele Ziffern wurden verwendet, um ein Buch von 320 Seiten zu nummerieren?
b Für die Nummerierung eines Buches wurden 612 Ziffern verwendet. Wie viele Seiten hat das Buch?

7 Übertragt folgende Tabelle in eure Hefte und ergänzt sie:

Natürliche Zahl	Ziffer der Einer	Ziffer der Zehner	Ziffer der Hunderter	Ziffer der Tausender	Ziffer der Zehntausender	Ziffer der Hunderttausender	Ziffer der Millionen
2 045 632	...	3	...	...	4	...	...
...	2	8	1	1	9	4	7
9 305 467	7	...	...	5	...	...	9
7 012 210	...	1	...	...	...	...	...
4 036 369	...	...	...	...	...	...	...

8 Für jede der unten stehenden Folgen soll die Regel gefunden werden, nach der sie gebildet wurde, und zu jeder sollen drei weitere Glieder hinzugefügt werden.
a 10, 16, 22, ...; **b** 10, 21, 32, ...; **c** 2, 6, 18, ...;
d 5, 11, 23, ...; **e** 4, 11, 32, ...; **f** 12, 23, 34, ...

9 **a** Schreibt drei ungerade Zahlen, für die das Produkt ihrer Ziffern 6 ist.
b Schreibt vier gerade Zahlen, sodass das Produkt ihrer Ziffern 10 ist.

10 **a** Bei wie vielen natürlichen Zahlen der Form $\overline{aba}$ ist das Produkt ihrer Ziffern 4?
b Bei wie vielen natürlichen Zahlen der Form $\overline{abcabc}$ ist die Ziffernsumme 6?

11 **a** Bestimmt die natürlichen Zahlen der Form $\overline{ab}$, für die $a + b = 3$.
b Bestimmt die natürlichen Zahlen der Form $\overline{abc}$, für die $a + 2b + c = 6$.
c Bestimmt die Zahl der Form $\overline{ab}$, wenn man weiß, dass $\overline{ab3}$, $\overline{aba}$ und $\overline{a25}$ aufeinanderfolgende natürliche Zahlen sind.

12 Auf dem Computerbildschirm stehen alle Zahlen von 700 bis 1 084. Radu wendet ein Programm an, das alle ungeraden Zahlen vom Bildschirm löscht. Wie viele Zahlen erscheinen noch auf dem Bildschirm?

13 Gegeben ist eine natürliche Zahl n. Die Zahl, die aus den Ziffern von n besteht, die in umgekehrter Reihenfolge geschrieben werden (also n von rechts nach links gelesen), heißt *Umkehrzahl oder Spiegelzahl von n*. So ist z. B. 21 die Umkehrzahl von 12 und 54 321 die Umkehrzahl von 12 345.
a Bestimmt die Ziffern a und b, wenn man weiß, dass $\overline{4b7}$ die Umkehrzahl von $\overline{73a}$ ist.

b Bestimmt die Ziffern a, b, c, wenn die Umkehrzahl von $\overline{6a4c}$ die Zahl $\overline{347b}$ ist.

c Bestimmt die Ziffern a, b, c und d, wenn man weiß, dass die Umkehrzahl von $\overline{6b6d}$ die Zahl $\overline{daba}$ ist, und die Umkehrzahl von $\overline{ab49}$ der Vorgänger der Zahl $\overline{d44c}$ ist.

Hinweis. **a** Die Umkehrzahl von $\overline{73a}$ ist die Zahl $\overline{a37}$, folglich: $\overline{a37} = \overline{4b7}$. Da die beiden Zahlen gleich sind, haben sie dieselbe Hunderterziffer und dieselbe Zehnerziffer. Somit ist $a = 4$ und $b = 3$.

Gruppenarbeit

Besuch im Geschichtsmuseum

Die Schüler werden in drei Gruppen eingeteilt und erhalten folgende Aufgaben:

Gruppe 1. Die Schüler stellen fest, dass das Museum durch ein königliches Dekret genehmigt wurde, das König Carol I. am 23. August im Jahr $\overline{abba}$ erlassen hat. Bestimmt das Jahr der Erlassung des Dekrets, wenn man weiß, dass die Ziffernsumme der Jahreszahl 18 ist.

Gruppe 2. Maria hat sich beim Museum durch eine E-Mail bedankt und dafür eine Einladung zu einer Ausstellung mit witzigen Plakaten erhalten. Die Ausstellung besteht aus $\overline{ab}$ Plakaten, die von den Schülern der Klassen 1–4 erstellt wurden, und $\overline{ba}$ Plakaten, die von den Schülern der Klassen 5–8 erstellt wurden. Wenn die Gesamtzahl der Plakate 33 beträgt, und die Schüler der Klassen 1–4 mehr Plakate erstellt haben als jene der Klassen 5–8, soll bestimmt werden, wie viele Plakate jede Gruppe von Klassen erstellt hat.

Gruppe 3. Die Schüler nehmen am Wettbewerb *Mein Lieblingsexponat* teil, wobei sie das Exponat vorstellen müssen. Horia hat ein Buch gewählt. Er sagt, dass für die Nummerierung der Buchseiten 1086 Ziffern verwendet worden sind. Bestimmt die Seitenzahl des Buches, das Horia gewählt hat.

SELBSTbewertung

Kreise bei den Aufgaben 1 und 2 den Buchstaben ein, der der richtigen Antwort entspricht. Es ist jeweils nur eine Antwort richtig.

1 Die Zahl achtunddreißigtausendneun wird in Ziffern wie folgt geschrieben:
A 389; **B** 3 809; **C** 38 009; **D** 380 009.

2 In Buchstaben geschrieben lautet 1 078:
A hundertachtundsiebzig; **B** tausendachtundsiebzig;
C zehntausendachtundsiebzig; **D** eine Million achtundsiebzig.

Schreibe für Aufgabe 3 die vollständigen Lösungen auf.

3 Gegeben ist die natürliche Zahl $A = \overline{a14b}$.
a Bestimme, wie viele Zahlen A ungerade sind.
b Bestimme, für wie viele Zahlen A gilt: $a > b$.

Bewertungsraster	*Aufgabe 1*	*Aufgabe 2*	*Aufgabe 3*		*Von Amts wegen*	*Gesamtpunktzahl*
Arbeitszeit: 30 Minuten	2 Pkte.	2 Pkte.	**a** 2 Pkte.	**b** 3 Pkte.	1 Pkt.	10 Pkte.

Lektion 2: Darstellung auf der Zahlenachse. Vergleichen und Anordnen der natürlichen Zahlen; Näherungswerte, Schätzungen

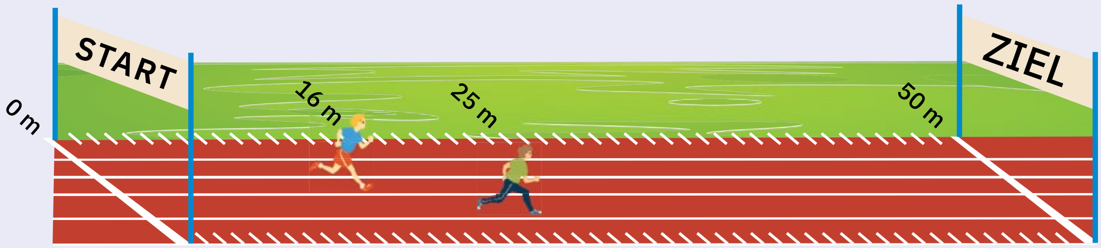
2.1 Darstellung auf der Zahlenachse

Wie löst man das?

1 Am Morgen stellt Ioana fest, dass das Thermometer 22 Grad anzeigt. Als sie um 14 Uhr aus der Schule kommt, zeigt das Thermometer 28 Grad. Ist es um 14 Uhr wärmer als am Morgen?

Antwort: Es ist wärmer, da auf der Thermometerskala $28 > 22$.

2 Horia und Ioana trainieren auf einer Laufbahn von 50 Meter Länge. Sie starten im Punkt O, der auf der Laufbahn mit 0 Meter markiert ist. Wenn Horia sich im Punkt T der Laufbahn mit der Markierung 25 Meter befindet, ist Ioana im Punkt Q mit der Markierung 16 Meter.
Wer ist näher am Start und wer ist näher am Ziel?

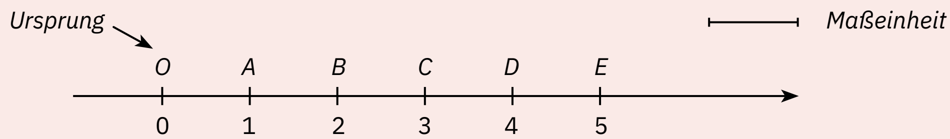


Antwort: $16 < 25$, also ist Horia näher am Ziel.
$25 > 16$, also ist Ioana näher am Start.

Merke dir!

Eine Gerade, auf der ein Punkt, der *Ursprung*, festgelegt wurde, ein von links nach rechts verlaufender und mit einem Pfeil markierter Richtungssinn (*positiver Sinn*) sowie eine Strecke, die *Maßeinheit* genannt wird, bilden die *Zahlenachse* oder den *Zahlenstrahl*. Jeder natürlichen Zahl entspricht ein einziger Punkt auf der Zahlenachse. Die betreffende Zahl heißt *Koordinate des Punktes*. Der Ursprung hat die Koordinate 0 (null).

Beispiel



Auf dieser Zahlenachse sind die Punkte $O(0)$, $A(1)$, $B(2)$, $C(3)$, $D(4)$ und $E(5)$ dargestellt. Wir lesen: „der Punkt O mit der Koordinate 0“, „der Punkt A mit der Koordinate 1“, „der Punkt D mit der Koordinate 4“ usw.

2.2 Vergleichen und Anordnen der natürlichen Zahlen

Merke dir!

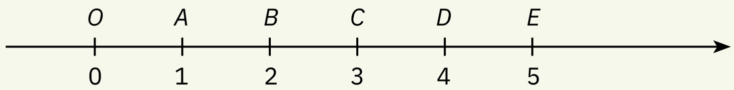
Haben zwei natürliche Zahlen nicht die gleiche Anzahl von Stellen, so ist jene Zahl größer, die mehr Stellen hat.
Haben zwei natürliche Zahlen dieselbe Anzahl von Stellen, dann vergleicht man von links nach rechts die Ziffern mit demselben Stellenwert. Jene Zahl ist größer, bei der man zuerst eine größere Ziffer antrifft.
Zum Vergleichen der Zahlen verwendet man folgende Zeichen: $=$, $<$, $>$, $\leq$, $\geq$.

Beispiele

1 $546 < 1\,234$, da 1 234 vier und 546 nur drei Ziffern hat.
2 $9\,999 < 10\,001$, da 10 001 fünf und 9 999 nur vier Ziffern hat.
3 $123 < 193$, da die Zahlen gleich viele Stellen haben und $2 < 9$.
4 $540 > 440$, da die Zahlen gleich viele Stellen haben und $5 > 4$.
5 $1\,234 < 1\,237$, da die Zahlen gleich viele Stellen haben und $4 < 7$.

Bemerkungen

Werden zwei natürliche Zahlen auf der Zahlenachse dargestellt, dann ist jene größer, die rechts von der anderen liegt.

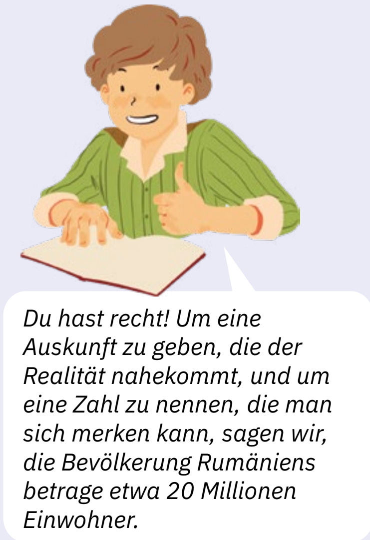


3 ist kleiner als 4, da der Punkt $D(4)$ auf der Achse rechts vom Punkt $C(3)$ liegt.

2.3 Näherungswerte, Runden, Schätzen

Wie löst man das?

Eva und Horia nehmen an einem internationalen Ferienlager teil und sollen über unser Land berichten. Sie wissen, dass bei der offiziellen Volkszählung im Jahr 2011 die Bevölkerung Rumäniens 20 121 641 Einwohner betrug.



Merke dir!

Wenn wir statt einer natürlichen Zahl eine Zahl aus ihrer Nähe verwenden, sagen wir, die zweite Zahl sei ein Näherungswert der ersten. Näherungswerte kann man durch Abrunden oder Aufrunden erhalten.

Eine (auf Hunderter, Tausender usw.) abgerundete natürliche Zahl ist die größte natürliche Zahl, die kleiner als die gegebene Zahl ist und nur aus Hundertern, Tausendern usw. besteht.

Eine (auf Hunderter, Tausender usw.) aufgerundete natürliche Zahl ist die kleinste natürliche Zahl, die streng größer als die gegebene Zahl ist und nur aus Hundertern, Tausendern usw. besteht.

Man spricht einfach von *Runden*, wenn eine Zahl ab- oder aufgerundet wird und dabei jener Näherungswert gewählt wird, welcher der Zahl am nächsten liegt. Sind die beiden Näherungswerte von der Zahl gleich weit entfernt, wird diese aufgerundet.

Beispiele

	Näherungswert auf Zehner durch ...			Näherungswert auf Hunderter durch ...		
Zahl	**Abrunden**	**Aufrunden**	**Runden**	**Abrunden**	**Aufrunden**	**Runden**
2 537	2 530	2 540	2 540	2 500	2 600	2 500
782	780	790	780	700	800	800
263 005	263 000	263 010	263 010	263 000	263 100	263 000

Bemerkungen

1 Das Abrunden auf Zehner einer natürlichen Zahl erfolgt, indem man an die Stelle der Einer eine Null setzt. Beim Abrunden auf Hunderter setzt man an die letzten beiden Stellen Nullen usw.

2 Eine natürliche Zahl ist stets größer oder gleich als jede ihrer Abrundungen und streng kleiner als jede ihrer Aufrundungen.

3 Die Differenz zwischen der Aufrundung auf Zehner (Hunderter, Tausender usw.) einer natürlichen Zahl und ihrer entsprechenden Abrundung beträgt stets 10 (100, 1000 usw.).

Wie löst man das?

Im Juli kostet ein Kilogramm Äpfel 7 Lei. Da im Herbst eine neue Ernte zu erwarten ist, schätzt eine Firma, die Säfte herstellt, dass der Preis von einem Kilogramm Äpfel im September um 2 Lei kleiner sein könnte. Im Herbst kostet dann ein Kilogramm Äpfel 4 Lei.
War die Schätzung nützlich?

Antwort: Die Schätzung war nützlich, obwohl sie nicht den wahren Preis vorhersagte. Sie hat aber geholfen, die zum Ankauf der Äpfel nötige Geldmenge einzuplanen, indem sie sich dem wirklichen Preis näherte.

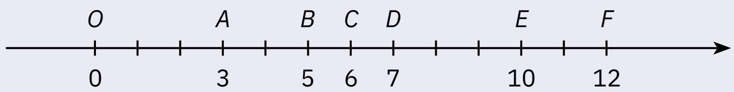
Merke dir!

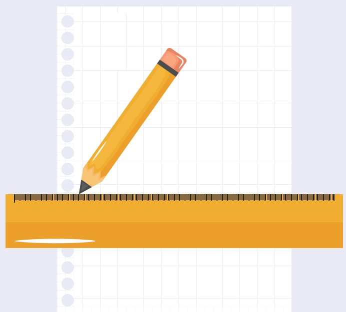
Schätzen bedeutet, eine Größe, einen Wert aufgrund unvollständiger Daten näherungsweise anzugeben. Die Schätzung hat eine informative Rolle und dient der Planung bestimmter menschlicher Aktivitäten, sie entspricht jedoch nicht immer der Wirklichkeit. Eine gute Schätzung nähert sich im Laufe der Zeit dem wirklichen Wert.

Gelöste Aufgaben: Lösungstechniken und Methoden

1 Stellt auf der Zahlenachse dar: 3, 5, 6, 7, 10, 12.

Lösung:
Man schreibt: $A(3)$, $B(5)$, $C(6)$, $D(7)$, $E(10)$, $F(12)$.





2 **a** Schreibt alle dreistelligen natürlichen Zahlen mit verschiedenen Ziffern, die man aus den Ziffern 6, 1 und 3 bilden kann, und ordnet sie in wachsender Reihenfolge an.

b Schreibt in fallender Reihenfolge alle dreistelligen Zahlen mit verschiedenen Ziffern, die man aus den Ziffern 0, 4 und 9 bilden kann.

Lösung:

a Es können folgende Zahlen gebildet werden: 613, 631, 136, 163, 316, 361.
Die Zahlen in wachsender Reihenfolge sind: 136, 163, 316, 361, 613, 631.

b Die erste Ziffer einer dreistelligen natürlichen Zahl kann nicht null sein, folglich kann man aus den Ziffern 0, 4 und 9 nur vier verschiedene dreistellige Zahlen bilden, und zwar: 409, 490, 904 und 940.
Die Zahlen in fallender Reihenfolge sind: 940, 904, 490, 409.

3 Wählt die Ziffern a und b so, dass die Zahl $A = \overline{353a17}$ größer ist als die Zahl $B = \overline{3b4739}$.
Wie viele Lösungsmöglichkeiten gibt es?

Lösung:
Falls $b > 5$, dann $A < B$, unabhängig von den Werten, die a annehmen kann.
Falls $b = 5$, dann $B = 354\,739$. Die ersten beiden Ziffern von A und B sind gleich. Die dritte Ziffer von B ist 4, sie ist größer als die dritte Ziffer von A, die gleich 3 ist. In diesem Fall ist $A < B$.
Falls $b \leq 4$, dann $A > B$, unabhängig von den Werten, die a annehmen kann. Die Ziffer b kann fünf Werte annehmen (0, 1, 2, 3 oder 4) und die Ziffer a kann zehn Werte annehmen (0, 1, 2, ..., 9). Jedem der fünf Werte von b entsprechen zehn Werte von a, also gibt es $5 \cdot 10 = 50$ Möglichkeiten, die Ziffern a und b zu wählen.

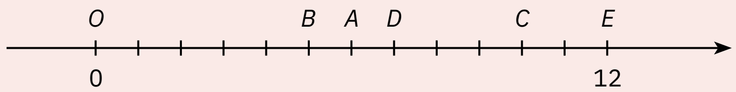
4 Gegeben ist die Zahl 269 317. Setzt die Ziffer 5 zwischen zwei Ziffern dieser Zahl so ein, dass ihr die größtmögliche und die kleinstmögliche Zahl erhaltet.

Lösung:
Wenn man die Ziffer 5 zwischen zwei Ziffern der Zahl 269 317 einsetzt, erhält man die Zahlen: 2 569 317, 2 659 317, 2 695 317, 2 693 517, 2 693 157.
Die größtmögliche Zahl ist 2 695 317. Die kleinstmögliche Zahl ist 2 569 317.
Wir stellen fest, dass wir die größtmögliche Zahl erhalten, wenn wir die Ziffer 5 vor die erste Ziffer der Zahl 269 317, die kleiner ist als 5, setzen, also vor die Ziffer 3.
Die kleinstmögliche Zahl erhalten wir, wenn wir die Ziffer 5 vor die erste Ziffer der Zahl 269 317, die größer ist als 5, setzen, also vor die Ziffer 6.

Übungsaufgaben

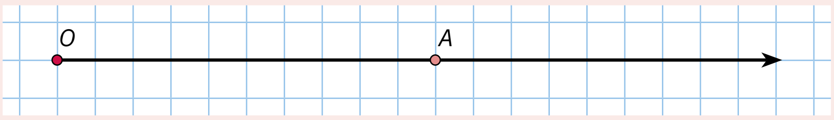
1 Stellt auf einer Zahlenachse die Punkte dar, die folgenden Zahlen entsprechen: 0, 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 12.

2 Bestimmt die Koordinaten der Punkte *A*, *B*, *C* und *D* in folgender Darstellung.

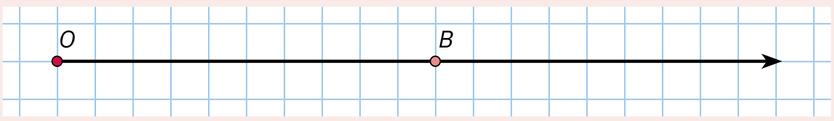


3 Schreibt folgende Zahlen in fallender Reihenfolge: 1 234, 1 342, 2 314, 2 143, 4 321.

4 Ioana sollte *A*(10) darstellen und hat wie folgt gezeichnet:



Eva sollte *B*(5) darstellen und hat wie folgt gezeichnet:



Sind die beiden Darstellungen korrekt? Begründet eure Antwort.

5 Schreibt in wachsender Reihenfolge die natürlichen Zahlen, die:
a kleiner als 12 sind; **b** zwischen 17 und 25 liegen; **c** ungerade sind und zwischen 14 und 38 liegen.

6 Vergleicht die Zahlen:
a 23 456 und 23 546; **b** 236 780 und 236 800; **c** 123 456 und 23 456.

7 **a** Die Zahl 124 367 soll auf Zehner, Hunderter, Tausender bzw. Hunderttausender abgerundet werden.
b Die Zahl 892 524 soll auf Zehner, Hunderter, Tausender bzw. Hunderttausender aufgerundet werden.
c Die Zahl 587 321 soll auf Zehner, Hunderter, Tausender bzw. Hunderttausender ab- bzw. aufgerundet werden.
d Die Zahl 89 276 soll auf Zehner, Hunderter, Tausender bzw. Hunderttausender gerundet werden.

8 Rundet auf Hunderter folgende Zahlen: 2 367, 3 129, 1 087, 98 109, 63 987, 13 817, 56 257, 56 275, 80 978, 80 789.

9 Bestimmt folgende natürliche Zahlen:
a die kleinste dreistellige Zahl mit Ziffern, die nicht null und untereinander verschieden sind;
b die größte natürliche Zahl, die aus vier verschiedenen Ziffern besteht;
c die größte Zahl mit fünf verschiedenen Ziffern, von denen drei gerade Ziffern und zwei ungerade Ziffern sind;
d die kleinste Zahl der Form $\overline{a2b3c4}$ mit verschiedenen Ziffern.

10 **a** Stellt auf der Zahlenachse die Punkte dar, die den geraden Zahlen zwischen 7 und 19 entsprechen. Wie viele Punkte habt ihr erhalten?
b Stellt auf der Zahlenachse die Punkte dar, die den ungeraden Zahlen zwischen 0 und 14 entsprechen. Wie viele Punkte habt ihr erhalten?

11 Schreibt je vier natürliche Zahlen zwischen 13 025 und 13 983, die nach der Rundung auf Hunderter gleich sind mit:
a 13 000; **b** 13 500; **c** 14 000.

12 **a** Gegeben ist die Zahl 658 234. Setzt zwischen ihre Ziffern die Ziffer 7 so ein, dass die erhaltene Zahl die kleinstmögliche ist.
b Gegeben ist die Zahl 852 374. Entfernt eine Ziffer, sodass die erhaltene Zahl die größtmögliche ist.

13 Schreibt sechs natürliche Zahlen zwischen 23 427 und 23 482, die sich runden lassen auf:
a 23 500; **b** 23 400; **c** 23 480.

14 Wie viele dreistellige natürliche Zahlen können auf Hunderter gerundet werden, sodass man 400 erhält?

15 Ergänzt die Paare (b, d) in folgender Tabelle, sodass $a < b \le c \le d < e$:

a	b	c	d	e
12	...	19	...	22

16 Bestimmt die kleinste fünfstellige Zahl mit verschiedenen Ziffern, die größer als 30 000 ist und deren Ziffernsumme größer als 21 ist.

17 Ordnet jeder Ziffer in Spalte **A** eine Ziffer in Spalte **B** so zu, dass die Zahl in Spalte B der Vorgänger oder der Nachfolger der Zahl in Spalte A ist.

A	B
1 327	**a** 327
2 329	**b** 328
3 330	**c** 329
4 332	**d** 330
	e 331

18 Ordnet die natürlichen Zahlen *a, b, c, d, e* in fallender Reihenfolge, wenn man weiß, dass: $c > e$, $c < a$, $d > a$ und $b > d$.

19 **a** Schreibt die geraden Zahlen, die zwischen $\overline{ab2}$ und $\overline{ab8}$ liegen.
b Schreibt die ungeraden Zahlen, die zwischen $\overline{a13}$ und $\overline{a28}$ liegen.

20 **a** Wievielmal kommt die Ziffer 3 in den natürlichen Zahlen von 1 bis 100 vor?
b Wievielmal kommt die Ziffer 1 in den natürlichen Zahlen von 1 bis 1000 vor?

SELBST-bewertung

Kreise bei den Aufgaben 1 und 2 den Buchstaben ein, der der richtigen Antwort entspricht. Es ist jeweils nur eine Antwort richtig.

1 Welches ist die kleinste der folgenden Zahlen: 2 021, 2 102, 2 012, 12 200?
A 2 021; **B** 2 102; **C** 2 012; **D** 12 220.

2 Die Zahl 182 323, aufgerundet auf Hunderttausender, ist gleich:
A 182 300; **B** 182 400; **C** 200 000; **D** 202 323.

Schreibe für Aufgabe 3 die vollständigen Lösungen auf.

3 Gegeben sind die Zahlen der Form $\overline{abc}$, sodass $200 < \overline{abc} < 400$.
a Wie viele Zahlen der Form $\overline{abc}$ entsprechen den Vorgaben?
b Schreibe alle Zahlen auf, für die auch $c = a + b + 5$ stimmt.

Bewertungsraster	*Aufgabe 1*	*Aufgabe 2*	*Aufgabe 3*		*Von Amts wegen*	*Gesamtpunktzahl*
Arbeitszeit: 30 Minuten	2 Pkte.	2 Pkte.	2 Pkte.	3 Pkte.	1 Pkt.	10 Pkte.