

Cuprins

| | | |
|------------|---|------------|
| I | Mulțimi | |
| I.1 | Relația dintre un element și o mulțime. Relații între mulțimi | 5 |
| I.2 | Mulțimi finite. Mulțimi infinite | 9 |
| I.3 | Operații cu mulțimi | 14 |
| II | Divizibilitatea numerelor naturale | |
| II.1 | Criterii de divizibilitate. Descompunerea numerelor naturale în produs de puteri de numere prime | 19 |
| II.2 | C.m.m.d.c. și c.m.m.m.c. | 25 |
| III | Rapoarte și proporții. Procente | |
| III.1 | Rapoarte | 33 |
| III.2 | Procente | 42 |
| III.3 | Proporții | 50 |
| III.4 | Mărimi direct proporționale. Mărimi invers proporționale | 58 |
| IV | Mulțimea numerelor întregi | |
| IV.1 | Numere întregi. Modulul unui număr întreg. Compararea și ordonarea numerelor întregi | 72 |
| IV.2 | Operații cu numere întregi | 80 |
| IV.3 | Ecuatii și inecuații în mulțimea numerelor întregi | 97 |
| IV.4 | Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor și al inecuațiilor | 104 |
| V | Mulțimea numerelor raționale | |
| V.1 | Numere raționale. Modulul unui număr rațional. Compararea și ordonarea numerelor raționale | 109 |
| V.2 | Operații cu numere raționale | 118 |
| V.3 | Ecuatii în mulțimea numerelor raționale | 134 |
| V.4 | Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor | 140 |
| VI | Noțiuni geometrice fundamentale | |
| VI.1 | Unghiuri adiacente. Unghiuri suplementare, unghiuri complementare. Unghiuri opuse la vârf. Unghiuri în jurul unui punct | 144 |
| VI.2 | Paralelism și perpendicularitate | 155 |
| VI.3 | Cercul | 162 |
| VII | Triunghiul | 166 |

| | | |
|------|---------------------------------------|-----|
| VIII | Proprietățile triunghiurilor | 180 |
| IX | Teste pentru începutul clasei a VII-a | |
| | Testul 1 | 188 |
| | Testul 2 | 191 |
| | Testul 3 | 193 |
| | Testul 4 | 195 |
| | Testul 5 | 197 |

3 Scrieți:

a mulțimea resturilor posibile ale împărțirii unui număr natural la 7;

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

b mulțimea resturilor posibile ale împărțirii unui număr natural la 3;

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

c mulțimea resturilor posibile împărțirii unui număr natural la 18;

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

d mulțimea cifrelor din sistemul cu baza 2;

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

e mulțimea cifrelor din sistemul zecimal;

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

f mulțimile literelor care formează fiecare dintre următoarele cuvinte: „matematică”; „jucărie”; „electricitate”; „marmeladă”;

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

g mulțimea cifrelor din care sunt formate numerele: 23 561; 134 364; 50 230 203.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

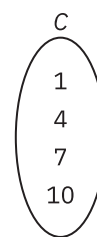
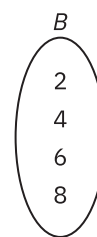
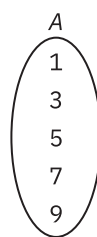
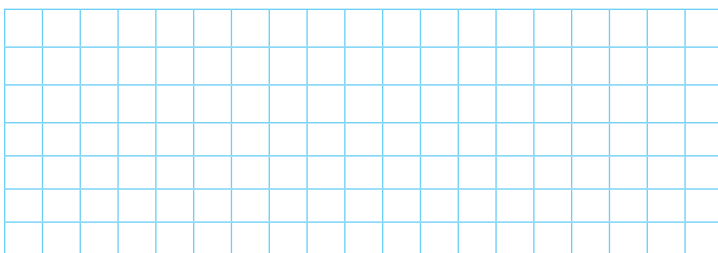
4 Se dau mulțimile: $A = \{2; 3; 4; 5\}$; $B = \{1; 3; 5\}$; $C = \{3; 4; 5; 6; 7\}$.

Pentru fiecare dintre elementele: 1; 2; 5; 6; 7, scrieți cărei mulțimi îi aparțin și căreia nu îi aparțin.

Exemplu: $1 \in B$; $1 \notin A$; $1 \notin C$.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

5 Urmărind diagramele de mai jos, precizați elementele mulțimilor A , B și C :



6 Enumerați elementele fiecărei mulțimi:

a $A = \{x | x \text{ este număr natural, } x \leq 8\}$;



b $B = \{x | x \text{ este număr natural, } 2 \leq x \leq 10\}$;



c $C = \{x | x \text{ este număr natural, } 1 < x \leq 6\}$;



d $D = \{x | x \text{ este număr natural nenul, } x \leq 2020\}$;



e $E = \{x | x \text{ este număr natural par, } x \leq 33\}$;



f $F = \{x | x \text{ este număr natural, } 203 \leq x < 204\}$;



g $G = \{x | x \text{ este număr natural, } 44 < x < 45\}$.

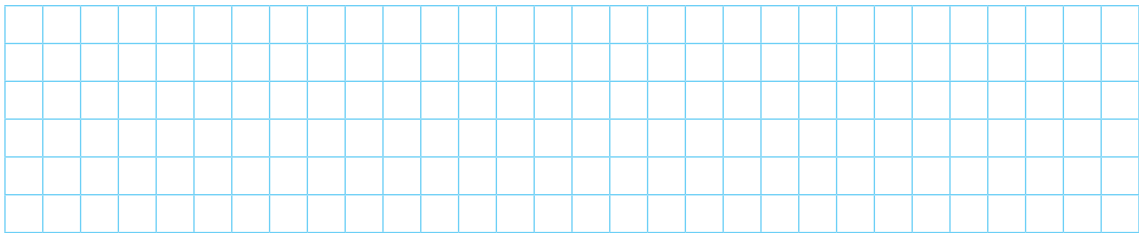


7 Scrieți următoarele mulțimi, punând în evidență proprietățile caracteristice ale elementelor lor:

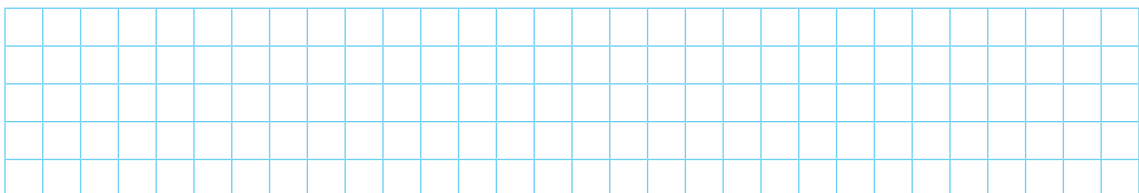
a $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$;



g $G = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \frac{2x-3}{x+5} \in \mathbb{Z} \right\};$

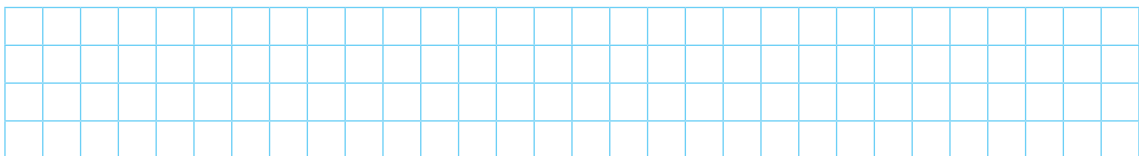


h $H = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 + x = 2 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 2021)\}.$

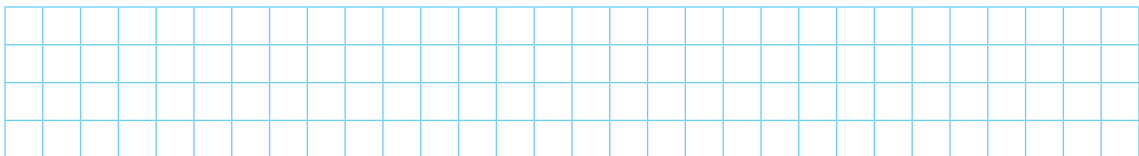


3 Aflați cardinalul următoarelor mulțimi:

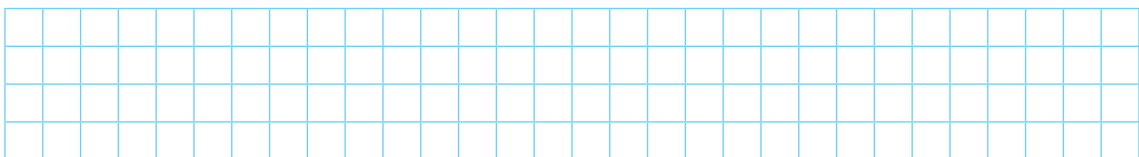
a $A = \{-1; 0; 1; 2; 3; 4\}$



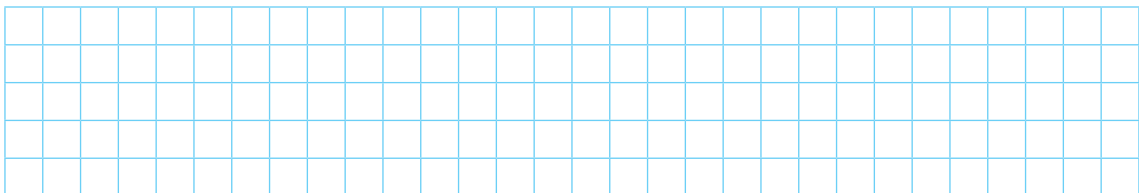
b $B = \{n \in \mathbb{N}^* \mid n < 21\}$



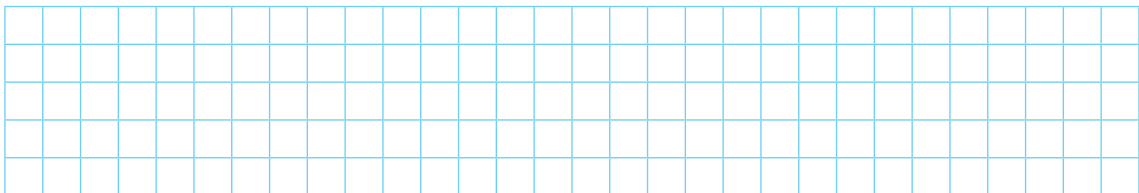
c $C = \{n \in \mathbb{N} \mid n \mid 24\}$



d $D = \{n \in \mathbb{N} \mid n = 2k, k \in \mathbb{N}, n < 15\}$



e $E = \{n \in \mathbb{N} \mid (3 \cdot 4)^2 + 3n \leq 291\}$



- 4 În tabelul de mai jos se găsesc informații privind elevii clasei a VI-a A dintr-o școală, care au participat în acest an școlar la olimpiade:

| Numele elevului | Vârsta | Înălțimea | Culoarea părului | Olimpiada la care a participat |
|-----------------|--------|-----------|------------------|--------------------------------|
| Raluca | 12 ani | 1,48 m | Brunetă | Matematică, Fizică |
| Matei | 12 ani | 1,49 m | Blond | Fizică, Limba engleză |
| Tudor | 12 ani | 1,50 m | Șaten | Limba română, Limba engleză |
| Emma | 11 ani | 1,48 m | Șatenă | Matematică, Biologie |
| Victor | 12 ani | 1,48 m | Blond | Fizică, Biologie, Geografie |
| Luca | 11 ani | 1,40 m | Brunet | Limba română, Religie, Istorie |
| Rita | 12 ani | 1,48 m | Blondă | Limba română |

Determinați elementele următoarelor mulțimi:

A = Mulțimea tuturor elevilor

B = Mulțimea fetelor

C = Mulțimea băieților

D = Mulțimea elevilor care au 12 ani

E = Mulțimea elevilor care au participat la două olimpiade

F = Mulțimea elevilor care au înălțimea de 1,48 m

G = Mulțimea elevilor blonzi

H = Mulțimea elevilor care au participat la cel puțin două olimpiade

Rezolvare:

- 5 Fie mulțimea $A = \left\{ 2; -4; \frac{15}{5}; \frac{1}{3}; -\frac{11}{11}; +7; \frac{2}{4}; +\frac{21}{3} \right\}$.

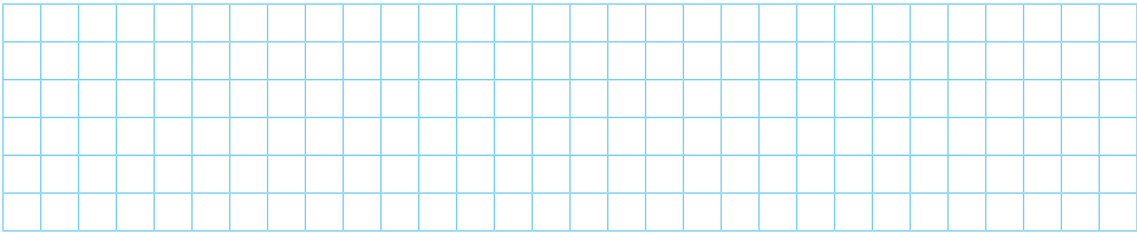
Scrieți 3 submulțimi ale mulțimii A ale căror elemente sunt numere întregi.

Rezolvare:

13 Aflați x astfel încât $A = B$, dacă:

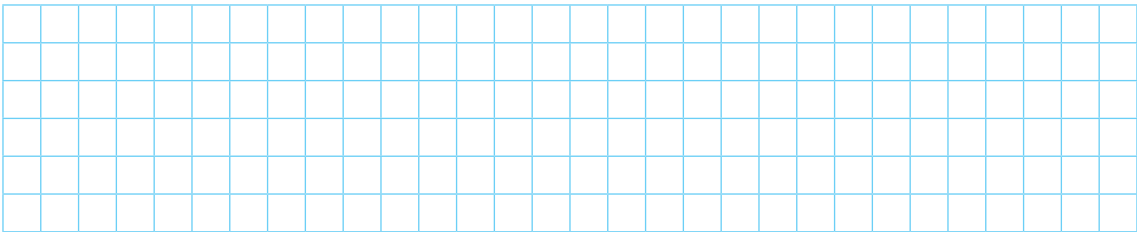
a $A = \{2; 3; 4; 5\}$ și $B = \{x; 5; 3; 4\}$;

Rezolvare:



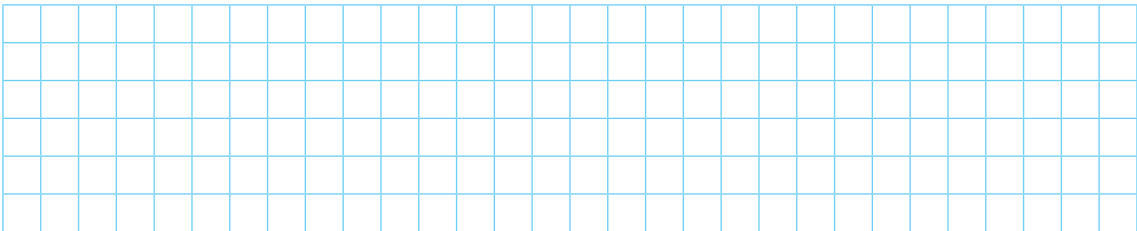
b $A = \{x + 1; 3x - 2\}$ și $B = \{8; 19\}$;

Rezolvare:



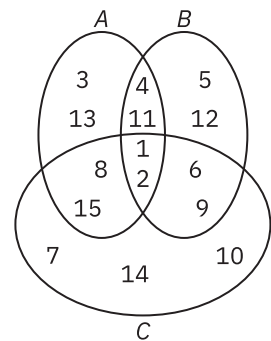
c $A = \{3^x; 2^4; 4^3; 7^2\}$ și $B = \{16; 27; 49; 64\}$.

Rezolvare:

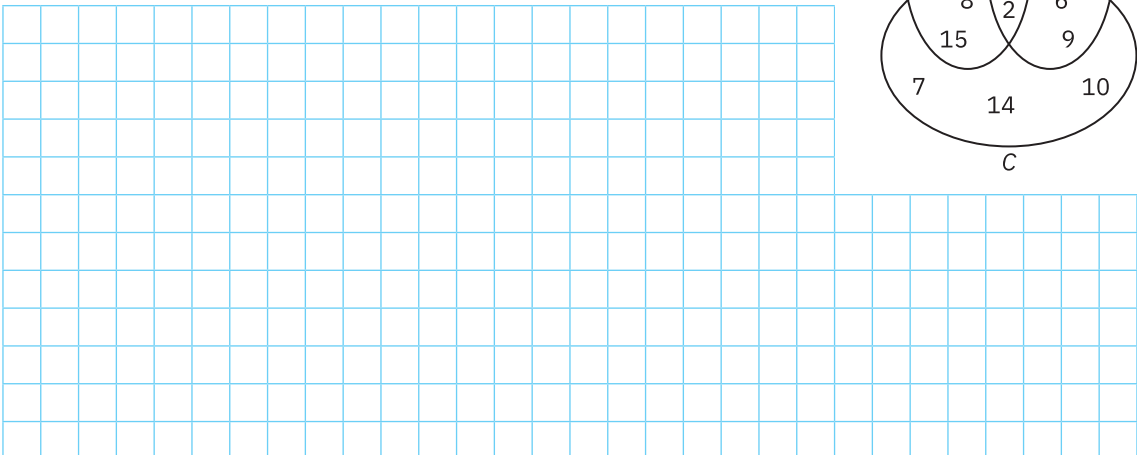


I.3. Operații cu mulțimi

1 Fie mulțimile A, B, C , reprezentate prin diagrama Venn-Euler din figura alăturată. Scrieți elementele mulțimilor: $A, B, C, A \cup B; A \cap B; A \setminus B; B \setminus A; A \cup B \cup C; A \cap B \cap C$.



Rezolvare:



2 Fie mulțimile $A = \{1; 2; 3; 5\}$; $B = \{2; 3; 4\}$; $C = \{3; 5; 7\}$; $D = \{6; 8\}$. Determinați elementele următoarelor mulțimi:

a $A \cup B$; $A \cup C$; $A \cup D$; $B \cup C$; $B \cup A$; $D \cup C$; $(A \cup B) \cup C$; $(A \cup B) \cup (A \cup C)$; $B \cup C \cup D$;

Rezolvare:

b $A \cap B$; $A \cap C$; $A \cap D$; $B \cap C$; $(A \cup B) \cap C$; $(A \cap D) \cup B$; $(A \cap B) \cup (B \cap C)$; $(A \cap B) \cap (A \cap C)$;

Rezolvare:

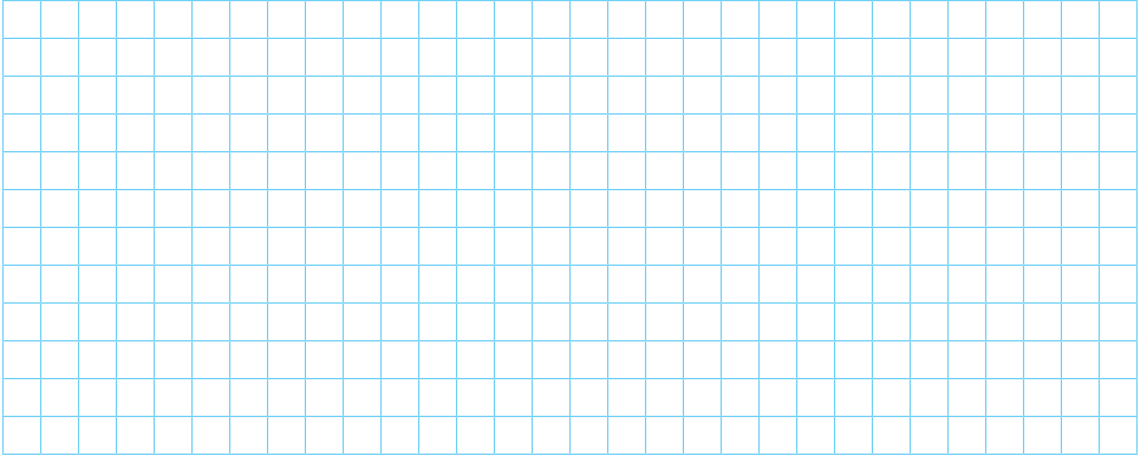
c $A \setminus B$; $B \setminus A$; $A \setminus C$; $C \setminus A$; $C \setminus B$; $A \setminus D$; $(A \setminus B) \cap (C \setminus B)$.

Rezolvare:

3 Fie mulțimile: $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 8\}$; $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x : 3 \text{ și } x \leq 24\}$; $C = \{x \in \mathbb{N}^* \mid (x - 1) : 4 \text{ și } x < 27\}$.
 Determinați elementele mulțimilor:

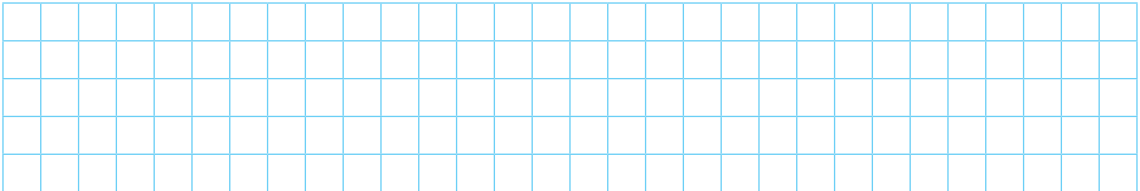
- | | | |
|--------------------------------|---|--------------------------------------|
| a $A \cup B$; | b $B \cup C$; | c $A \cup C$; |
| d $A \cup B \cup C$; | e $A \cap B$; | f $A \cap C$; |
| g $B \cap C$; | h $A \cap B \cap C$; | i $A \cup (B \cap C)$; |
| j $(A \cup B) \cap C$; | k $(A \cap B) \cup (B \cap C)$; | l $A \cup B \cap \emptyset$. |

Rezolvare:



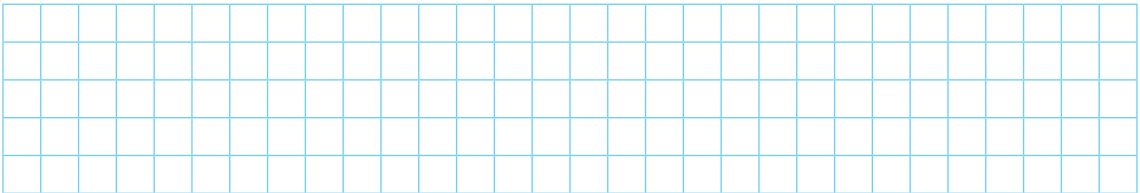
4 Fie mulțimea $A = \{-1; a; 3; 5\}$. Determinați valoarea lui a știind că $\{-2; -1; 3; 4; 5\} \cup A = \{-2; -1; 3; 4; 5; 6\}$.

Rezolvare:



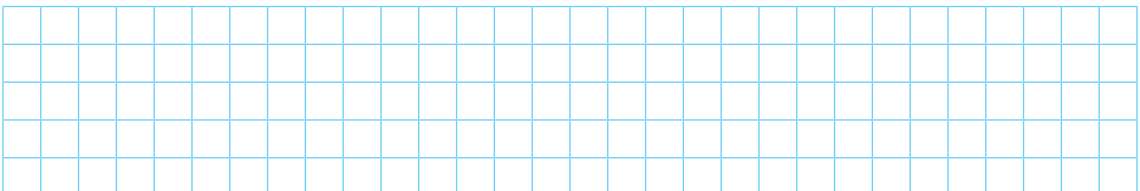
5 Fie mulțimea $B = \{0; x; 4; 6\}$. Determinați valoarea lui x știind că $B \cap \{1; 2; 3; 4\} = \{2; 4\}$.

Rezolvare:



6 Fie mulțimea $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Determinați mulțimea B , știind că $A \cap B = \emptyset$ și $A \cup B = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 7; 8\}$.

Rezolvare:



- 7 Fie mulțimea $A = \{5; 6; 7\}$. Determinați mulțimea B știind că $A \cup B = \{1; 3; 5; 6; 7\}$ și B are trei elemente.

Rezolvare:

A grid of 20 columns and 10 rows for solving problem 7.

- 8 Fie mulțimea $A = \{1; 3; 5; 7; 9\}$. Determinați mulțimea B știind că sunt îndeplinite simultan condițiile:

a $A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5; 7; 9\}$;

b $A \cap B = \{5; 7\}$.

Rezolvare:

A grid of 20 columns and 10 rows for solving problem 8.

- 9 Determinați mulțimile A și B știind că sunt îndeplinite simultan condițiile:

a $A \cup B = \{a; b; c; d\}$;

b $b \notin B$;

c $A \cap B = \{c; d\}$.

Rezolvare:

A grid of 20 columns and 10 rows for solving problem 9.

- 10 Să se determine mulțimile M și N știind că sunt îndeplinite simultan condițiile:

a $M \cup N = \{-3; -1; 1; 3; 5; 7\}$;

b $M \setminus N = \{1; 5\}$;

c $N \setminus M = \{-3; -1\}$.

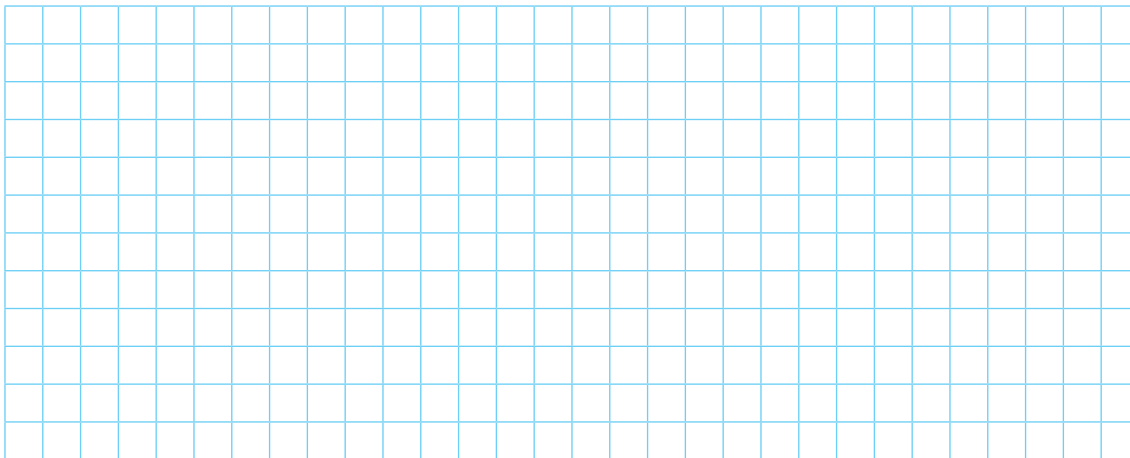
Rezolvare:

A grid of 20 columns and 10 rows for solving problem 10.

11 Să se determine mulțimile M și N știind că sunt îndeplinite simultan condițiile:

- a $M \cup N = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$; b $M \setminus N = \{2; 3\}$; c mulțimea M are trei elemente.

Rezolvare:



12 Să se determine mulțimile M și N știind că îndeplinesc simultan condițiile:

- a $M \cup N = \{2; 4; 6; 8\}$; b $8 \in N \setminus M$; c $M \cap N = \{2; 4\}$; d $M \setminus N = \{6\}$.

Rezolvare:

