Florin Antohe   Marius Antonescu
Gheorghe Iacoviță

MATEMATICĂ
Clasa a V-a

TESTE. FIŞE DE LUCRU
MODELE DE TEZE

Partea a II-a

art
educațional

CUPRINS

Fişe de lucru

FIŞA DE LUCRU NR. 1
INTRODUCEREA ŞI SCOATEREA ÎNTREGILOR ÎN/DINTR-O FRACŢIE

Înţelegere

Fie fracţia supraunitară $\frac{x}{y}$. Aplicând teorema împărţirii cu rest, rezultă $x = y \cdot z + r$, unde z este **câtul**, iar r este **restul** împărţirii lui x la y. Atunci: $\frac{x}{y} = \frac{y \cdot z + r}{y} = \frac{y \cdot z}{y} + \frac{r}{y} = z + \frac{r}{y}$.

Deci, $\frac{x}{y} = z + \frac{r}{y}$ (citim „z întregi şi $\frac{r}{y}$" şi notăm $z\frac{r}{y}$).

- Dacă scriem $\frac{x}{y} = z\frac{r}{y}$, spunem că **am scos întregii din fracţie.**
- Dacă scriem $z\frac{r}{y} = \frac{x}{y}$, spunem că **am introdus întregii în fracţie.**

Exemple:

1. $\frac{37}{5} = 7 + \frac{2}{5} = 7\frac{2}{5}$;

2. $4\frac{3}{5} = \frac{4 \cdot 5 + 3}{5} = \frac{20 + 3}{5} = \frac{23}{5}$.

Exersare

1. Scrie sub formă de întregi şi fracţii:
a) 4 întregi şi trei cincimi; **b)** 6 întregi şi trei pătrimi; **c)** 12 întregi şi patru şeptimi;
d) 9 întregi şi cinci optimi; **e)** 7 întregi şi o doime; **f)** 15 întregi şi două treimi.

2. Scoate întregii din fracţiile:
a) $\frac{20}{12}$; **b)** $\frac{123}{17}$; **c)** $\frac{18}{5}$; **d)** $\frac{4327}{29}$; **e)** $\frac{635}{81}$.

3. Introdu întregii în fracţie:
a) $3\frac{1}{6}$; **b)** $8\frac{9}{48}$; **c)** $3\frac{2}{5}$; **d)** $17\frac{1}{15}$; **e)** $23\frac{4}{9}$.

4. Determină numărul natural n în fiecare dintre situaţiile:
a) $\frac{37}{6} = n\frac{1}{6}$; **b)** $\frac{n}{8} = 5\frac{7}{8}$; **c)** $\frac{42}{11} = 3\frac{n}{11}$; **d)** $\frac{48}{11} = n\frac{4}{11}$; **e)** $\frac{123}{25} = 4\frac{n}{25}$.

5. Compară, scoţând întregii din fracţii:
a) $\frac{23}{9}$ şi $\frac{54}{11}$; **b)** $\frac{15}{7}$ şi $\frac{19}{9}$; **c)** $\frac{21}{4}$ şi $\frac{17}{6}$; **d)** $\frac{42}{11}$ şi $\frac{11}{4}$.

Fixare

1. Scrie toate fracţiile de forma $\frac{5a+3}{3a-2}$, unde a este număr prim format dintr-o singură cifră.
Scoate apoi întregii din fiecare fracţie.

2. **a)** Scoate întregii din fracţia $\frac{13}{2x+1}$, $x \in \mathbb{N}^*$ (discuţie după x).

b) Determină $x \in \mathbb{N}$, astfel încât fracţia $\frac{\overline{3x7}}{48}$ să conţină exact 7 întregi.

3. Dacă $\frac{n}{10} = 2\frac{7}{10}$ şi $\frac{45}{8} = m\frac{5}{8}$, scoate întregii din fracţiile:

a) $\frac{n}{m}$; **b)** $\frac{n+13}{m+1}$; **c)** $\frac{n+3}{2m+4}$; **d)** $\frac{2n}{7m-5}$.

4. Scoate întregii din fiecare dintre următoarele fracţii, unde $a \in \mathbb{N}^*$:

a) $\frac{6a+7}{a+1}$; **b)** $\frac{8a+1}{a}$; **c)** $\frac{5a-1}{a}$; **d)** $\frac{7+4a}{a+3}$.

Încadrează apoi fiecare fracţie între două numere naturale consecutive.

5. **Activitate în echipă.** Determinaţi fracţiile supraunitare de forma $\frac{\overline{8x}}{\overline{y7}}$, ştiind că numărătorul $\overline{8x}$ este pătrat perfect, iar numitorul $\overline{y7}$ este număr prim. Scoateţi întregii din fiecare fracţie.

Verificare

1. Determină:

a) cel mai mic şi cel mai mare număr natural x, pentru care fracţia $\frac{x}{11}$ conţine exact 3 întregi;

b) câte numere naturale x au proprietatea că fracţia $\frac{3x+2}{11}$ conţine exact 10 întregi.

2. Ştiind că $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot n$, scoate întregii din următoarele fracţii:

a) $\frac{1+2+3+...+100}{2+4+6+...+50}$; **b)** $\frac{1+7+13+...+319}{2+5+8+...+164}$;

c) $\frac{2019!+1}{2019}$; **d)** $\frac{1+3+5+...+2019+1}{1010^2}$.

3. Ştiind că $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot n$, arată că:

a) $5!\frac{2}{7} < \frac{845}{7}$; **b)** $\frac{45!+44!+1}{46} = 44!\frac{1}{46}$.

(AUTOEVALUARE: ....) **(NOTA PROFESORULUI: ....)**

FIŞA DE LUCRU NR. 2

CEL MAI MARE DIVIZOR COMUN A DOUĂ NUMERE NATURALE. AMPLIFICAREA ŞI SIMPLIFICAREA FRACŢIILOR; FRACŢII IREDUCTIBILE

Înţelegere

Cel mai mare divizor comun a două numere naturale a şi b este un număr natural d, care:
1) divide pe a şi pe b;
2) au drept divizor orice alt divizor comun al numerelor a şi b.
Cel mai mare divizor comun, prescurtat **c.m.m.d.c.**, a două numere naturale a şi b se notează cu (a, b).
Exemple: $(4, 12) = 4$; $(40, 50) = 10$; $(15, 20, 25) = 5$.
Putem identifica c.m.m.d.c. a două numere naturale, scriind toţi divizorii acestora.

A amplifica o fracţie $\frac{a}{b}$ cu un număr natural nenul n înseamnă a înmulţi şi numărătorul, şi numitorul fracţiei cu n. Prin amplificare, se obţine o **fracţie egală** cu cea dată.

Notăm: $^{n)}\frac{a}{b} = \frac{n \cdot a}{n \cdot b}$. **Exemplu:** $^{5)}\frac{3}{7} = \frac{5 \cdot 3}{5 \cdot 7} = \frac{15}{35}$.

A simplifica o fracţie $\frac{a}{b}$ cu un număr natural nenul n înseamnă a împărţi şi numărătorul, şi numitorul fracţiei la n. Prin simplificare, se obţine o **fracţie egală** cu cea dată.

Notăm: $\frac{a}{b}^{(n} = \frac{a:n}{b:n}$. **Exemplu:** $\frac{28}{42}^{(14} = \frac{28:14}{42:14} = \frac{2}{3}$.

O fracţie care nu mai poate fi simplificată se numeşte fracţie ireductibilă. Altfel spus, dacă cel mai mare divizor comun al numărătorului şi numitorului unei fracţii este 1, atunci fracţia este ireductibilă.

Exemple de fracţii ireductibile: $\frac{2}{3}; \frac{4}{9}; \frac{17}{8}; \frac{123}{5}; \frac{89}{7}$.

Exersare

1. Calculează c.m.m.d.c. al numerelor:
a) 42 şi 36; **b)** 40 şi 25; **c)** 72 şi 88; **d)** 108 şi 270; **e)** 432 şi 288.

2. Amplifică cu 5 următoarele fracţii: $\frac{2}{3}; \frac{6}{11}; \frac{x}{y}; \frac{2a}{5b}; \frac{a+2}{b+1}; \frac{x+y}{a+b}$.

3. Simplifică prin 3 următoarele fracţii: $\frac{12}{15}; \frac{18}{48}; \frac{3x}{9y}; \frac{15x+27y}{21a+33b}; \frac{4^2 \cdot 3}{3 \cdot 7}$.

4. Dă exemple de numere care au cel mai mare divizor comun egal cu:
a) 2; **b)** 6; **c)** 10; **d)** 14; **e)** 25.

5. Adu la formă ireductibilă următoarele fracţii:
a) $\frac{2^7 \cdot 3^2 \cdot 5^4}{2^7 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 11}$; **b)** $\frac{5200}{18200}$; **c)** $\frac{1716}{4290}$; **d)** $\frac{34a+34b}{51a+51b}$.

Fixare

1. Află numărul natural y în fiecare dintre cazuri, astfel încât următoarele egalităţi să fie adevărate:

a) $\frac{3}{5}=\frac{y}{10}$; **b)** $\frac{7}{y}=\frac{21}{15}$; **c)** $\frac{y+2}{y+7}=\frac{3y+6}{48}$.

2. Arată că următoarele fracţii sunt ireductibile, oricare ar fi $x \in \mathbb{N}$:

a) $\frac{7x+10}{5x+7}$; **b)** $\frac{4x+3}{6x+4}$.

3. Simplifică fracţiile:

a) $\frac{173173}{731731}$; **b)** $\frac{\overline{abc}+\overline{bca}+\overline{cab}}{\overline{xyz}+\overline{yzx}+\overline{zxy}}$; **c)** $\frac{\overline{xy0xy}}{38\,038}$.

4. Află numerele naturale y, pentru care următoarele fracţii sunt reductibile:

a) $\frac{y+4}{y+6}$; **b)** $\frac{4y+3}{7y+6}$.

5. **Activitate în echipă.** Aflaţi cea mai mare şi cea mai mică fracţie de forma $\frac{\overline{1a7b}}{\overline{c51d}}$, care se simplifică prin 36.

Verificare

1. Simplifică fracţia $\frac{\overline{3a3a3a3a}}{\overline{7a7a7a7a}}$ şi determină cifra a, astfel încât fracţia obţinută să fie ireductibilă.

2. Arată că fracţia $\frac{8^n+2^n-(3^n+7^n)}{9^n-4^n}$ se poate simplifica printr-un număr natural diferit de 0 sau 1, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

3. Adu la formă ireductibilă fracţia: $\frac{2\cdot 3+4\cdot 6+6\cdot 9+...+2010\cdot 3015}{3\cdot 5+6\cdot 10+9\cdot 15+...+3015\cdot 5025}$.

4. Arată că fracţia $F=\frac{4^k\cdot 25^{k+2}-1}{2^{2k}\cdot 25^k-1}$ este reductibilă pentru orice $k \in \mathbb{N}$.

5. Arată că fracţia $\frac{2\cdot 2^2\cdot 2^3\cdot ...\cdot 2^{2n}+7}{(4^n)^n\cdot 2^n\cdot 2+12}$, $n \in \mathbb{N}^*$, este ireductibilă.

6. Dacă $x \in \mathbb{N}^*$, simplifică:

a) $\frac{17^x+17^{x+1}}{7^x+7^{x+1}}$; **b)** $\frac{36\cdot 6^x-2^{x+2}\cdot 3^{x+1}-2^{x+1}\cdot 3^{x+2}}{36\cdot 6^x-6\cdot 6^x-21\cdot 6^x}$.

7. Determină numărul de fracţii ireductibile din mulţimea $A=\left\{\frac{1}{2015},\frac{2}{2015},...,\frac{2014}{2015}\right\}$.

(AUTOEVALUARE: ....) **(NOTA PROFESORULUI: ....)**